

კულონური პოტენციალის
სინგულარობის თავიდან
აცილების გზები

ამოცანა

- რელატივისტურ კლასიკურ მექანიკაში ელემენტარული ნაწილაკის ცნება მოითხოვს რომ ნაწილაკი განვიხილოთ როგორც წერტილოვანი სხეული, რის შედეგადაც ელექტროდინამიკაში თეორია წინამდებრივი ხდება გამომდინარე იქიდან, რომ მუხტის საკუთარი ელექტრული ენერგია გამოდის უსასრულობა. კულონური პოტენციალის სინგულარობა სათავეში იწვევს განშლადობებს გარკვეული ამოცანების განხილვისას. მინდა ვისაუბრო ამ განშლადობების თავიდან აცილების ხერხზე.

ელექტრონის მუხტის განაწილება

$$\rho(r) = \frac{\beta^2 e^{-\beta r}}{4\pi r} q_e \quad \int_V \rho(r) dV = q_e$$

- β - დადებითი მუდმივა
- q_e - ელექტრონის მუხტი
- r - მანძილი სათავიდან

პოტენციალი

$$\bullet V(r) = k \frac{1 - e^{-\beta r}}{r} q_e \quad \lim_{r \rightarrow \infty} V(r) = k \frac{q_e}{r} \quad \lim_{r \rightarrow 0} V(r) = k q_e \beta$$

$$\bullet U = \int_V \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dV = k \frac{q_e^2}{4} \beta \quad U = m_e c^2 \Rightarrow \beta = \frac{4 m_e c^2}{k q_e^2} \approx 1.4 \times 10^{15}$$

$$\bullet V(r) = k \frac{1 - e^{-\frac{4 m_e c^2}{k q_e^2} r}}{r} q_e$$

პოტენციალის ინტეგრალური წარმოდგენა

- $V_c(r) = kq_e \int_0^\infty e^{-ar} da = k \frac{q_e}{r}$
- $V(r) = kq_e \int_0^\beta e^{-ar} da = k \frac{(1 - e^{-\beta r})q_e}{r}$

კოჰერენტული მდგომარეობები

- $\Delta p \Delta q = \frac{1}{2}$ $\bar{p} = \bar{q} = 0$ $\Delta p^2 = \overline{p^2} - \bar{p}^2$ $\Delta q^2 = \overline{q^2} - \bar{q}^2$
- $\langle \varphi | (\hat{p} + i\alpha \hat{q})(\hat{p} - i\alpha \hat{q}) | \varphi \rangle \geq 0 \Rightarrow a^2 \overline{q^2} - a + \bar{p}^2 \geq 0$
- $1 - 4\overline{q^2 p^2} \leq 0 \Rightarrow \overline{q^2 p^2} \geq \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta p \Delta q \geq \frac{1}{2}$
- $\langle \varphi | (\hat{p} + i\hat{q})(\hat{p} - i\hat{q}) | \varphi \rangle = 0 \Rightarrow \varphi = a e^{-\beta q^2}$
- $\langle \varphi | (\hat{p} - i\hat{q}) | \varphi \rangle = \bar{p} - i\bar{q} = 0$

რელატივისტური კოჰერენტული მდგომარეობა

- $\hat{p} \rightarrow \hat{p} \quad \hat{q} \rightarrow i\nabla_p - \frac{1}{2} \frac{ip}{p^2+m^2}$
- $a^+ - ? \quad a^- - ?$

მადლობა ყურადღებისთვის