

ღრმაგი ქანქარა (ქაღსი)



გუგა მიქაბერიძე

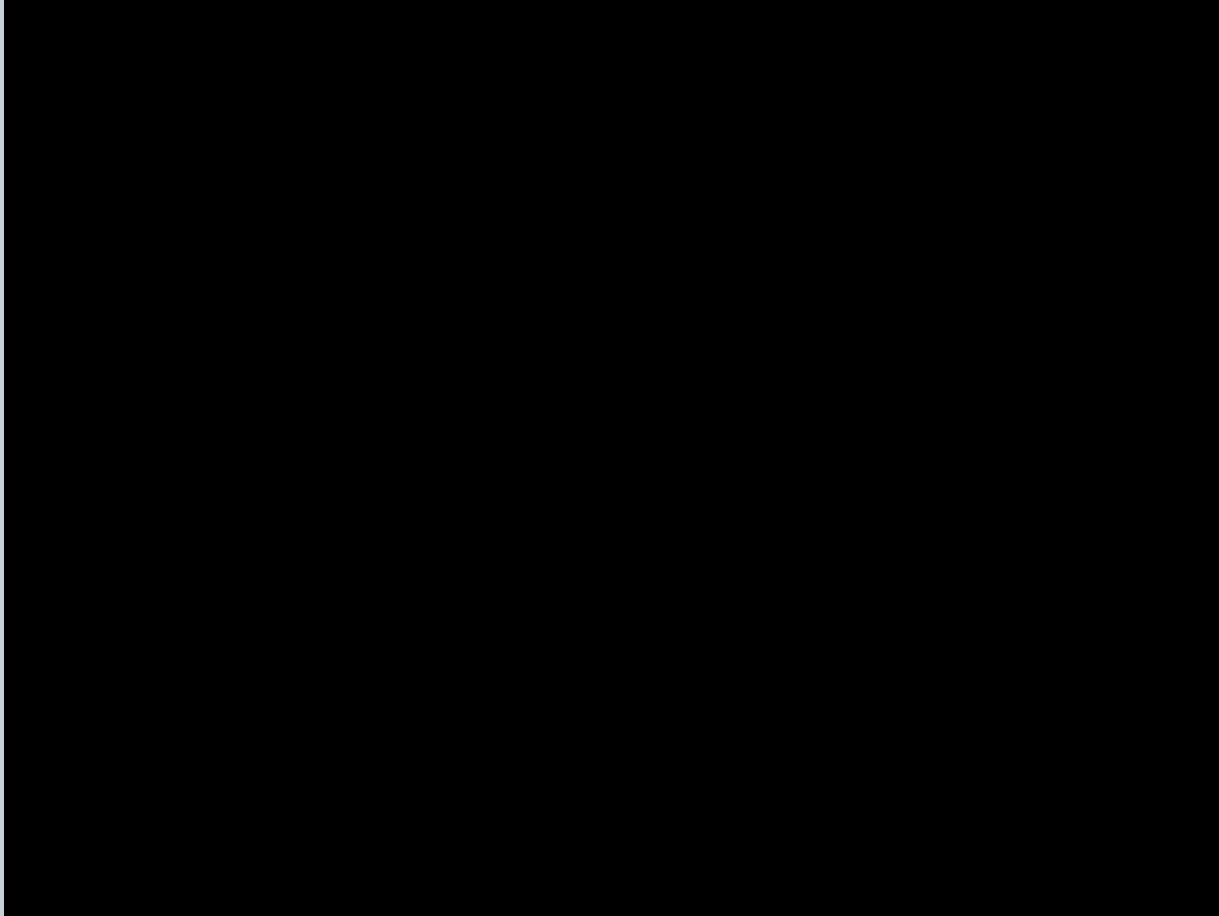
გეგმა

2

- აღსაწერი მოვლენის ექსპერიმენტი
- მოძრაობის განტოლებები
- მოძრაობის სიმულაცია
- ფაზური სივრცის წვეთის ევოლუცია

მოვლენის ექსპერიმენტი

3



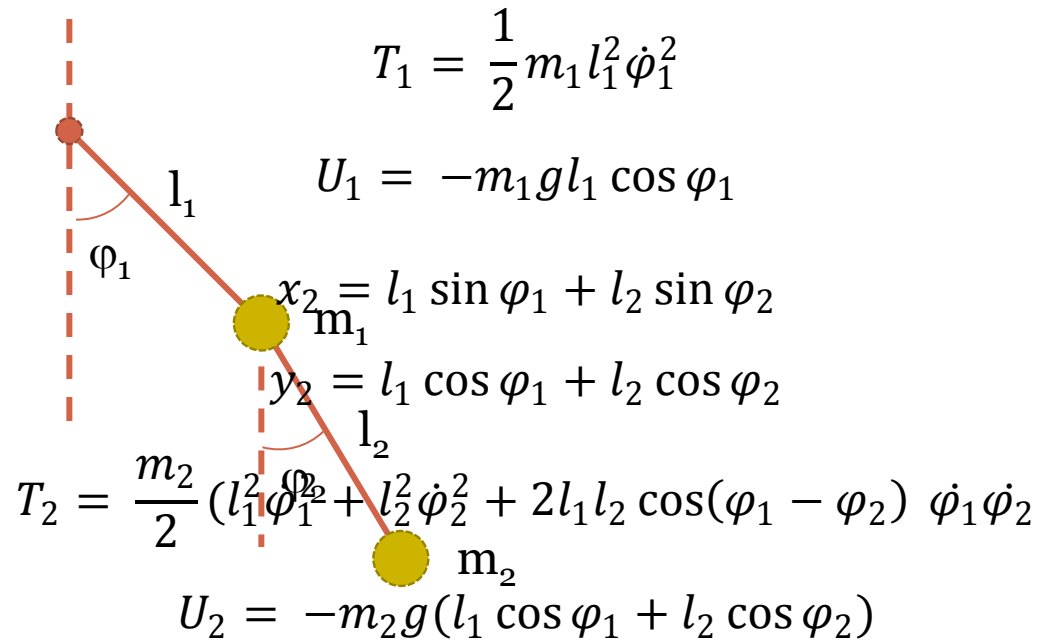
დაშვებები

4

- არ გვაქვს ხახუნი (ჰაერთან და სახსრებში)
- ღეროები უმასოა
- ქანქარა მოძრაობს სიბრტყეში

ლაგრანჟიანის აღწერა

5

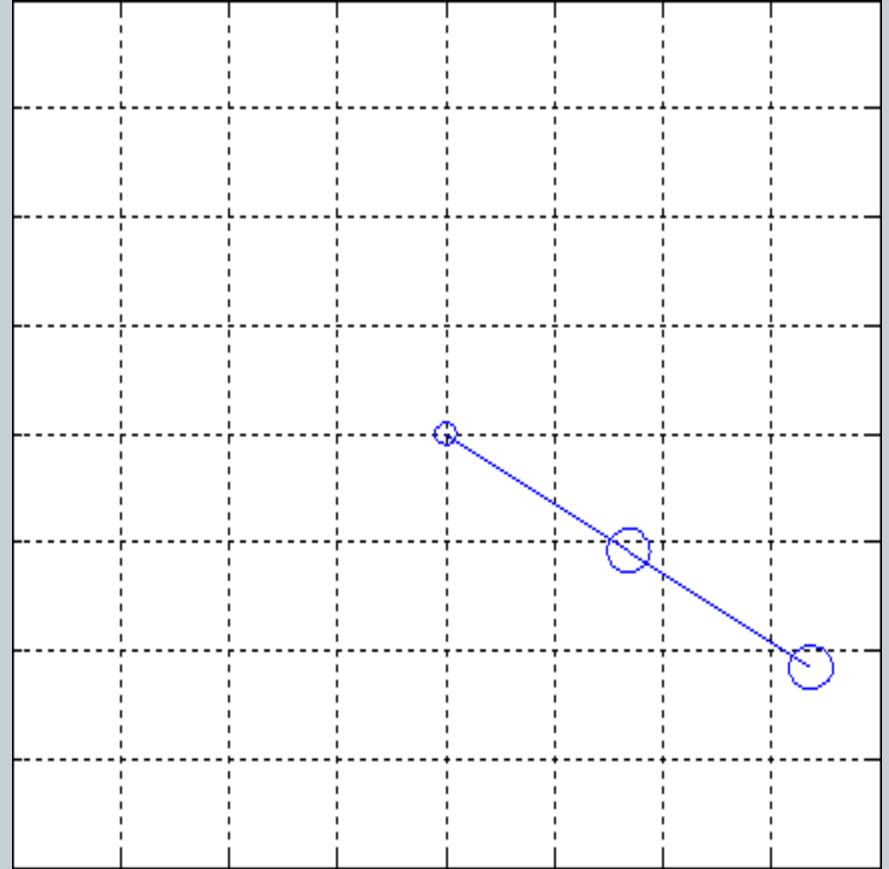


$$L = \frac{m_1 + m_2}{2} l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{m_2}{2} l_2^2 \dot{\varphi}_2^2 + m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + (m_1 + m_2) g l_1 \cos \varphi_1 + m_2 g l_2 \cos \varphi_2$$

მოდრაობის სიმულაცია

6

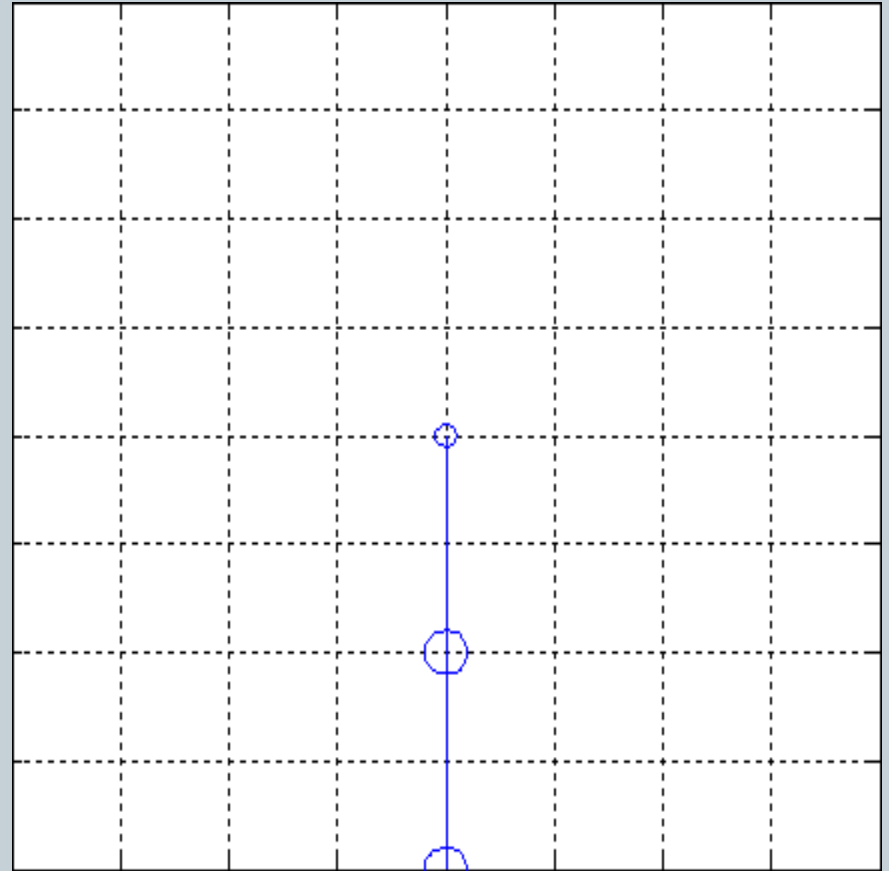
- მოძრაობის განტოლებები
- მატლაბი
- რუნგეკუტას მეთოდი



მოდრაობის სიმულაცია

7

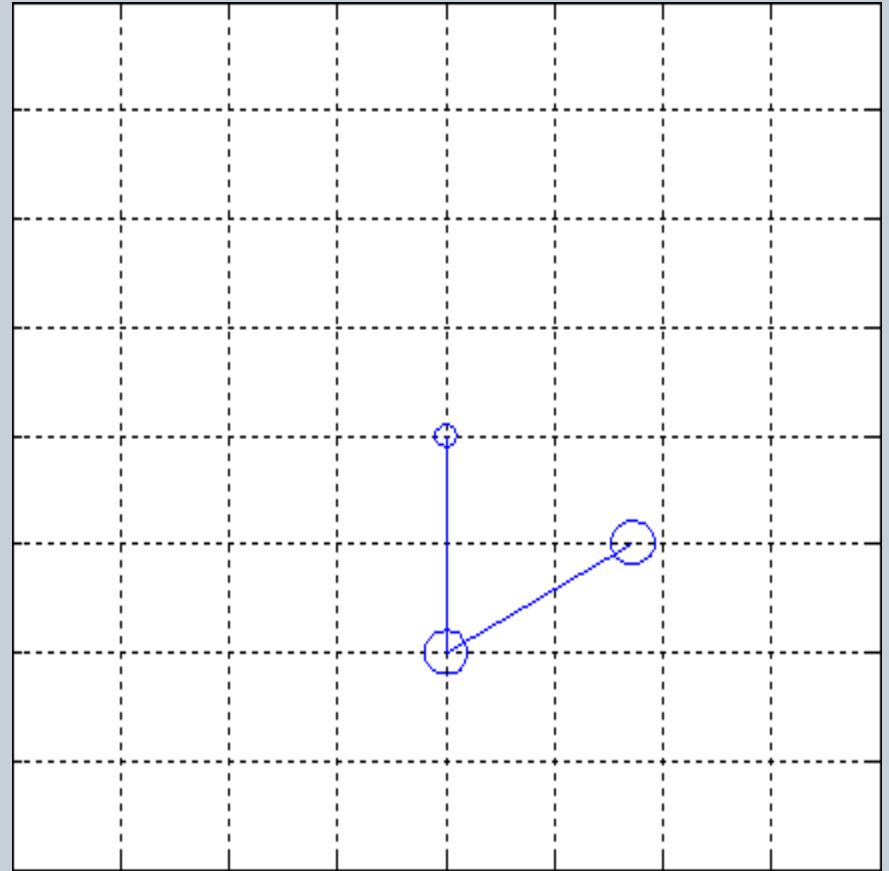
- $\omega_1 = 100 \text{ s}^{-1}$
- $\varphi_1 = 0 \text{ Rad.}$
- $\omega_2 = 100 \text{ s}^{-1}$
- $\varphi_2 = 0 \text{ Rad.}$
- $m_1 = 0.1 \text{ kg}$
- $m_2 = 0.1 \text{ kg}$
- $l_1 = 0.1 \text{ m}$
- $l_2 = 0.1 \text{ m}$



მოდრაობის სიმულაცია

8

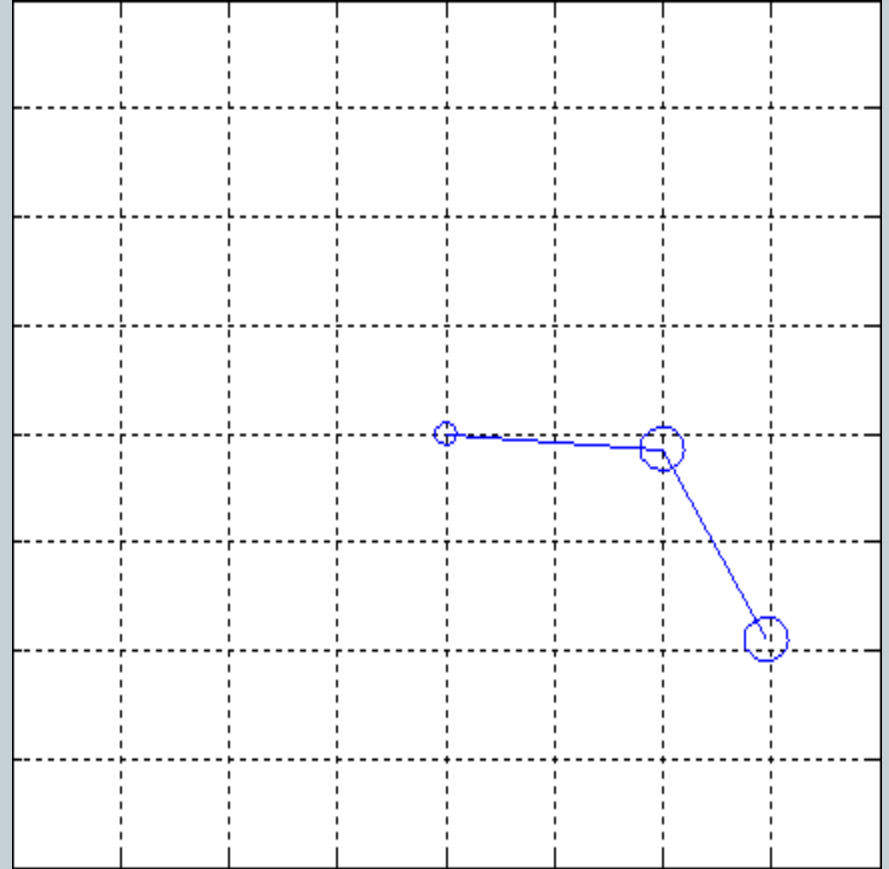
- $\omega_1 = 0 \text{ s}^{-1}$
- $\varphi_1 = 0 \text{ Rad.}$
- $\omega_2 = -50 \text{ s}^{-1}$
- $\varphi_2 = 2 \text{ Rad.}$
- $m_1 = 0.1 \text{ kg}$
- $m_2 = 0.1 \text{ kg}$
- $l_1 = 0.1 \text{ m}$
- $l_2 = 0.1 \text{ m}$
- $g = 0 \text{ m/s}^2$



მოდრაობის სიმულაცია

9

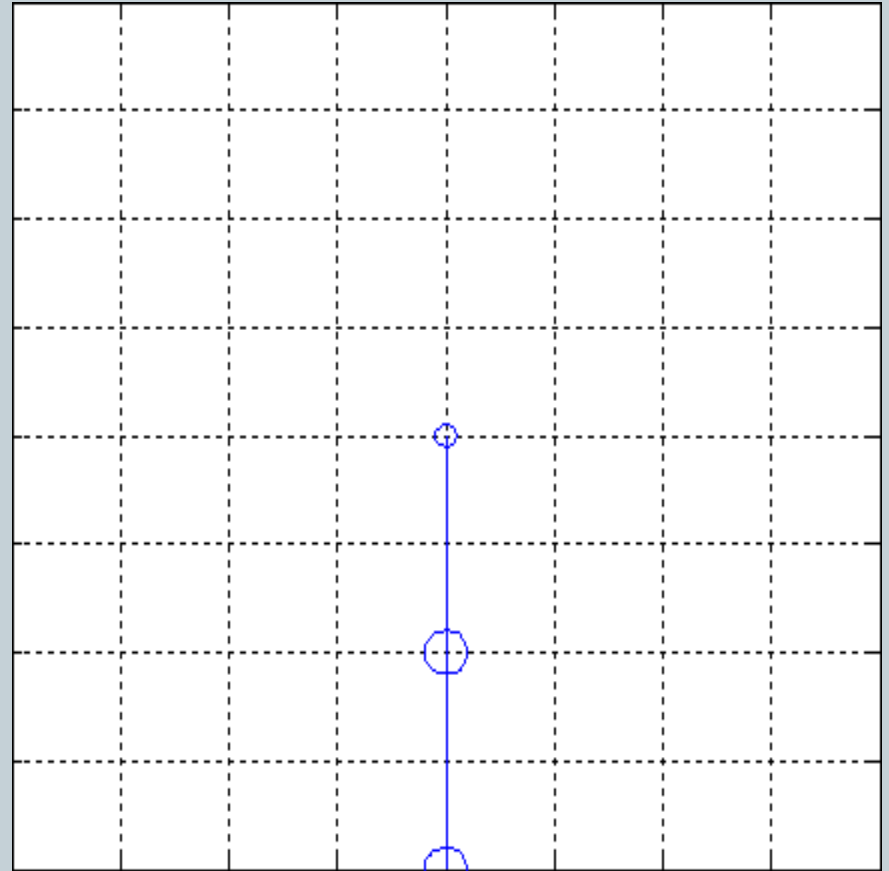
- $\omega_1 = 0 \text{ s}^{-1}$
- $\varphi_1 = 1.5 \text{ Rad.}$
- $\omega_2 = 100 \text{ s}^{-1}$
- $\varphi_2 = 0.5 \text{ Rad.}$
- $m_1 = 0.1 \text{ kg}$
- $m_2 = 0.1 \text{ kg}$
- $l_1 = 0.1 \text{ m}$
- $l_2 = 0.1 \text{ m}$
- $g = 0 \text{ m/s}^2$



მოდრაობის სიმულაცია

10

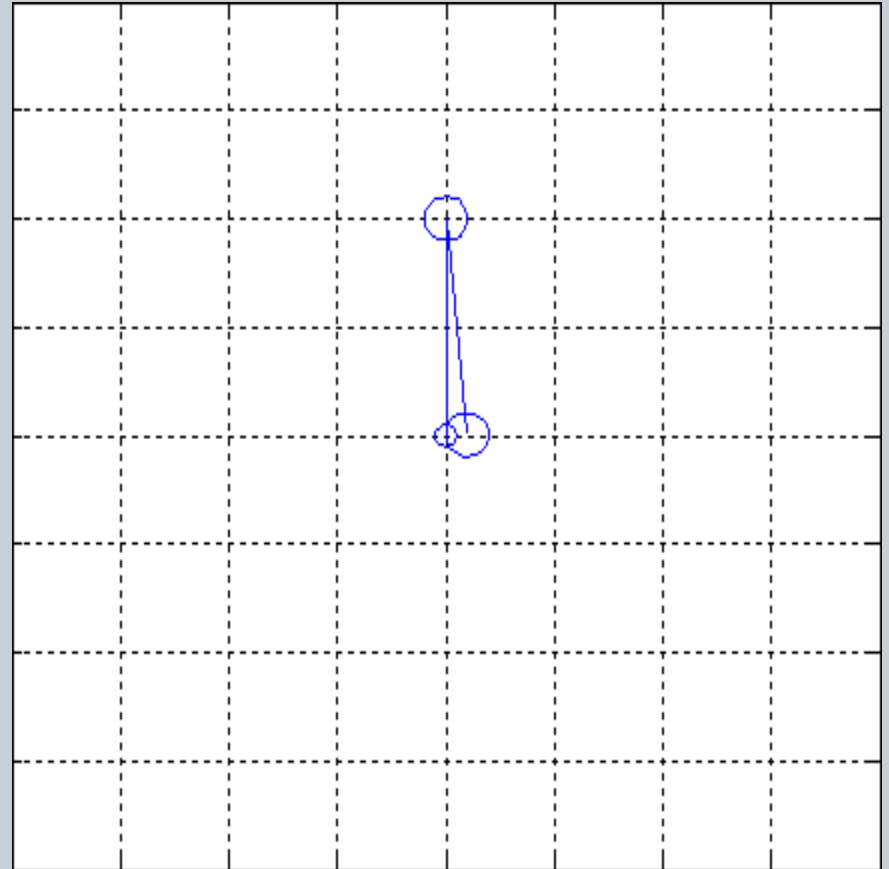
- $\omega_1 = 10 \text{ s}^{-1}$
- $\varphi_1 = 0 \text{ Rad.}$
- $\omega_2 = -20 \text{ s}^{-1}$
- $\varphi_2 = 0 \text{ Rad.}$
- $m_1 = 0.1 \text{ kg}$
- $m_2 = 0.1 \text{ kg}$
- $l_1 = 0.1 \text{ m}$
- $l_2 = 0.1 \text{ m}$



მოდრაობის სიმულაცია

11

- $\omega_1 = 0 \text{ s}^{-1}$
- $\varphi_1 = \pi \text{ Rad.}$
- $\omega_2 = 0 \text{ s}^{-1}$
- $\varphi_2 = 0.1 \text{ Rad.}$
- $m_1 = 0.1 \text{ kg}$
- $m_2 = 0.1 \text{ kg}$
- $l_1 = 0.1 \text{ m}$
- $l_2 = 0.1 \text{ m}$



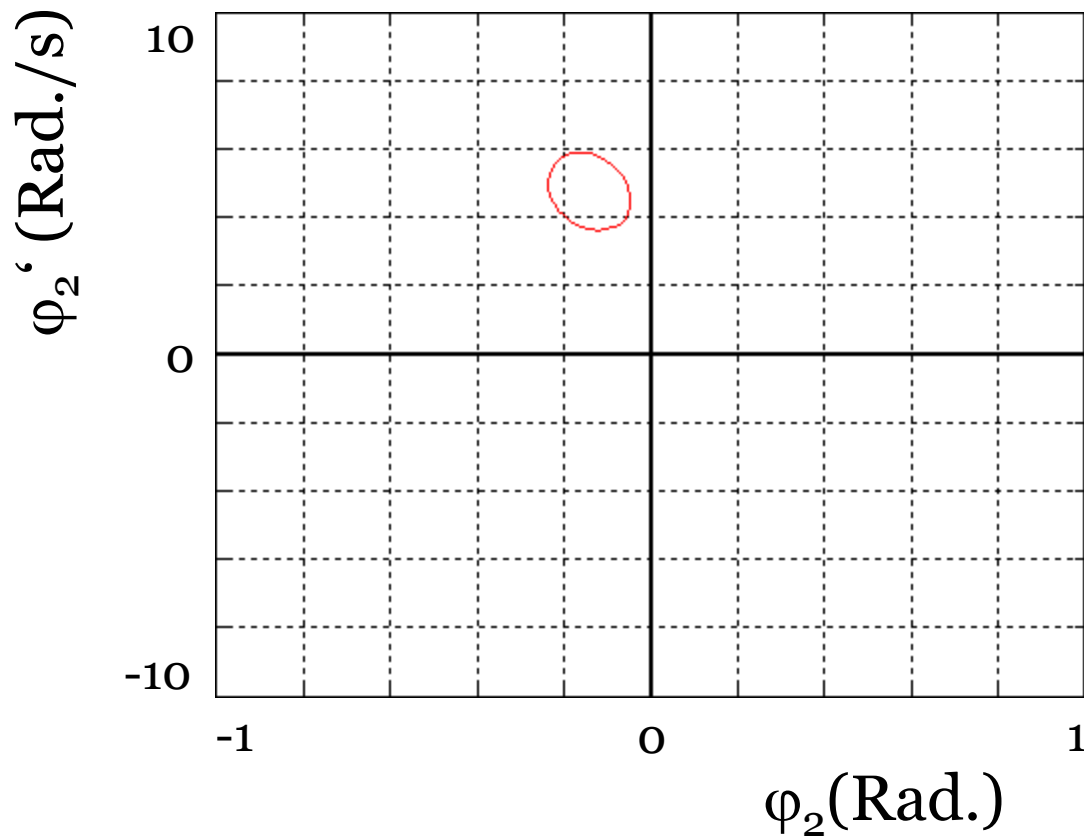
ფაზური სივრცის ევოლუცია

12

- ფაზური სივრცე (φ_2 φ_2')
- წერტილების რაოდენობა $N = 200 \sim 2000$
- წვეთის ფართობი არ ინახება

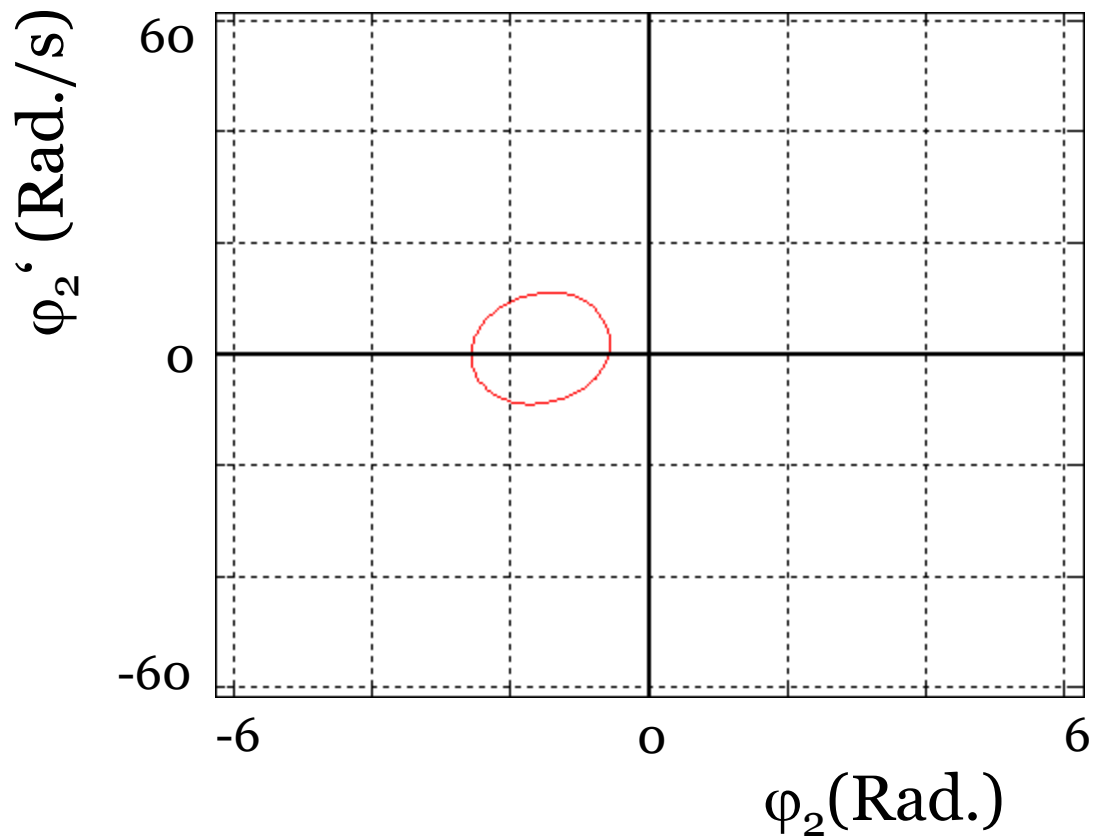
ფაზური სივრცის ევოლუცია

13



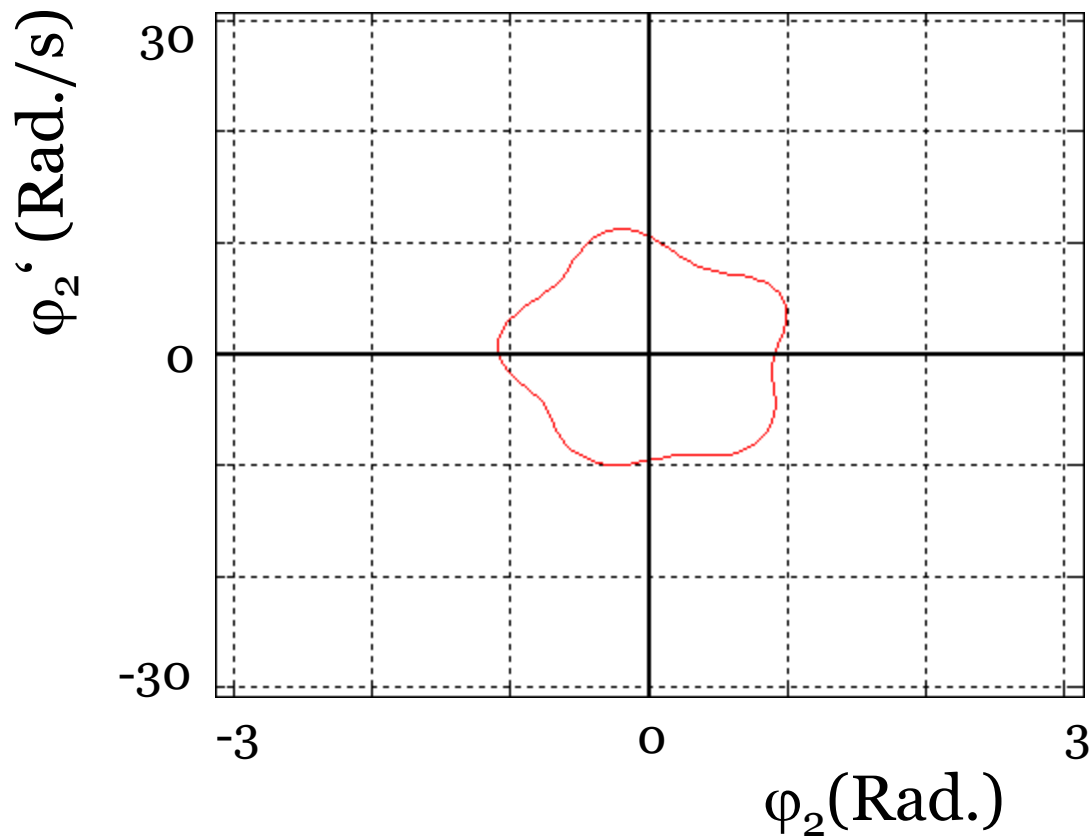
ფაზური სივრცის ევოლუცია

14



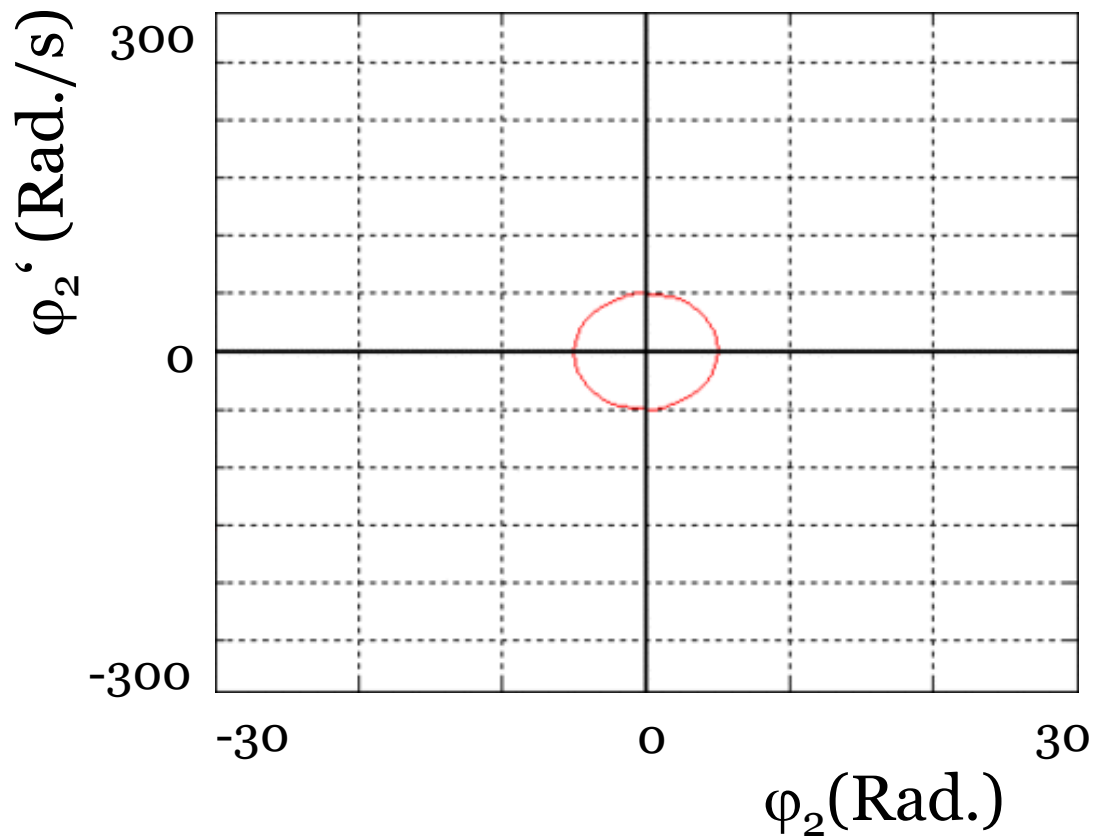
ფაზური სივრცის ევოლუცია

15



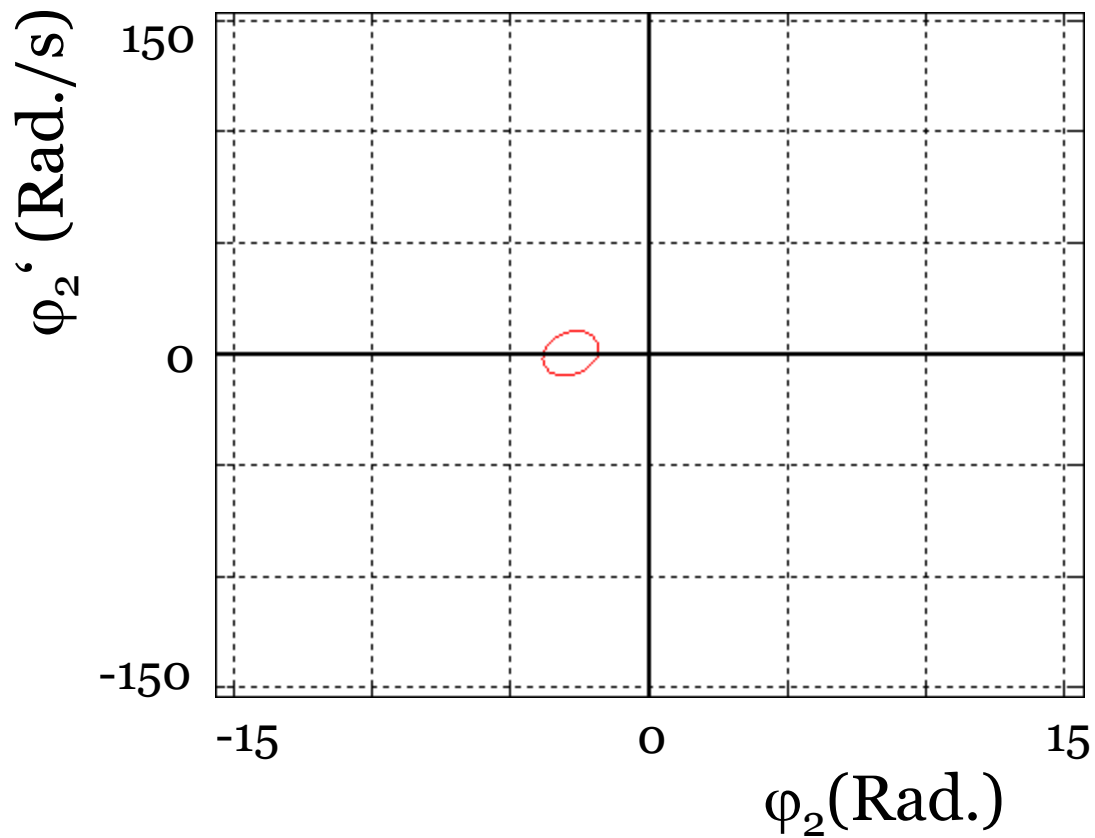
ფაზური სივრცის ევოლუცია

16



ფაზური სივრცის ევოლუცია

17



გმადლობთ ყურადღებისთვის

მოდრაობის განტოლებები

19

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_1+m_2}{l} l_1^2 \dot{\varphi}_1 + m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \right) = -m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - (m_1+m_2) g l_1 \sin \varphi_1$$

$$(m_1+m_2) l_1 \ddot{\varphi}_1 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \cdot (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = -m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - (m_1+m_2) g l_1 \sin \varphi_1$$

$$\frac{d}{dt} (m_2 l_2^2 \dot{\varphi}_2 + m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) = +m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - m_2 g l_2 \sin \varphi_2$$

$$m_2 l_2^2 \ddot{\varphi}_2 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = +m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - m_2 g l_2 \sin \varphi_2$$

$$(m_1+m_2) l_1 \ddot{\varphi}_1 + m_2 l_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \ddot{\varphi}_2 = m_2 l_2 \dot{\varphi}_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) [\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2] - \dot{\varphi}_1 - (m_1+m_2) g \sin \varphi_1$$

$$m_2 l_2 \ddot{\varphi}_2 + m_2 l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \ddot{\varphi}_1 = m_2 l_1 \dot{\varphi}_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) [\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_2] - m_2 g \sin \varphi_2$$

$$A \cdot \ddot{\varphi}_1 + B \cdot \ddot{\varphi}_2 = C$$

$$A \cdot \ddot{\varphi}_1 + \frac{B}{D} \cdot F - \frac{B}{D} \cdot E \cdot \ddot{\varphi}_1 = C$$

$$\ddot{\varphi}_1 \left(A - \frac{BE}{D} \right) = C - \frac{BF}{D} \quad \ddot{\varphi}_1 = (C - \frac{BF}{D}) / (A - \frac{BE}{D})$$

$$D \cdot \ddot{\varphi}_2 + E \cdot \ddot{\varphi}_1 = F$$

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{1}{D} (F - E \cdot \ddot{\varphi}_1)$$