

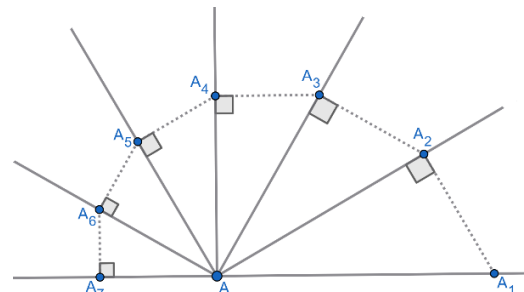


ოილერის ოლიმპიადა - 2025. პირველი ტური. (მეორე სესია)

29 მარტი, 2025

ამოცანა 6: შვიდი სხივი ($\sqrt{2}$ ქულა)

სიბრტყეზე აღებულია A წერტილი. ამავე სიბრტყეში A წერტილიდან გავლებულია შვიდი სხივი ისე, რომ ყოველი შემდეგი სხივი წინა სხივთან ადგენს 30° -იან კუთხეს. (იხილეთ ნახაზი). პირველი სხივის A_1 წერტილის გეგმილი მეორე სხივზე არის A_2 , A_2 წერტილის გეგმილი მესამე სხივზე არის A_3 და ასე შემდეგ, მეექვსე სხივის A_6 წერტილის გეგმილი მეშვიდე სხივზე არის A_7 . იპოვეთ შეფარდება: $\frac{A_7A}{A_1A}$.



ამოცანა 7: ციფრული ფესვი (2 ქულა)

ნატურალური რიცხვის ციფრული ფესვი დავარქვათ ამ რიცხვის ციფრთა ჯამის გამოთვლის იტერაციული პროცესის ბოლოს მიღებულ ციფრს. ნებისმიერი ნატურალური n რიცხვისთვის აღვნიშნოთ $s(n)$ -ით n -ის ციფრული ფესვი. (მაგალითად: $s(187) = 7$, რადგან 187-ის ციფრთა ჯამი არის 16, ხოლო 16-ის ციფრთა ჯამი არის 7). გამოთვალეთ ჯამი:

$$s(1^2) + s(2^2) + s(3^2) + \dots + s(2025^2)$$

ამოცანა 8: π -ის მიახლოება ($\sqrt{6}$ ქულა)

ვთქვათ, S სიმრავლე შედგება 3-ისა და 5-ის არაუარყოფითი მთელი ხარისხებისაგან: $S = \{1, 3, 5, 3^2, 5^2, \dots\}$. S სიმრავლის ისეთი a და b რიცხვებისთვის, რომელთათვისაც $\left| \pi - \frac{a}{b} \right| < 0,1$, დაადგინეთ ab ნამრავლის უმცირესი შესაძლო მნიშვნელობა. ($\pi \approx 3,141$).

ამოცანა 9: წრეწირები ($\sqrt{8}$ ქულა)

მოცემულია სამი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 1სმ., 2სმ. და 3სმ. ცნობილია, რომ ისინი წყვილწყვილად ეხებიან ერთმანეთს გარედან. იპოვეთ იმ წრეწირის რადიუსი, რომელსაც სამივე მოცემული წრეწირი ეხება შიგნიდან.

ამოცანა 10: დროშა ოქროსფერი ვარსკვლავებით ($\sqrt{11}$ ქულა)

დროშის ლურჯ ფონზე წრიულად განლაგებულია 12 ოქროსფერი ვარსკვლავი. გიორგის სურს, რომ თითოეულ ვარსკვლავში ჩაწეროს ერთი ასო შემდეგი სამიდან: ან G , ან E ან O ისე, რომ არცერთ ორ მეზობელ ვარსკვლავში არ ეწეროს ერთი და იგივე. დაადგინეთ, რამდენი განსხვავებული გზით შეუძლია მას ამის გაკეთება?

